

Министерство образования и молодежной политики Свердловской области  
Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного  
профессионального образования Свердловской области  
«Институт развития образования»  
Кафедра физико-математических дисциплин

М.И. Альперин, О. А. Белослудцев, С. Э.Нохрин

УСТРАНЕНИЕ ПРЕДМЕТНЫХ ДЕФИЦИТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ПО  
МАТЕМАТИКЕ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ  
АТТЕСТАЦИИ

*Методические рекомендации*

Екатеринбург

2019

ББК 74.262.21я81  
П78

**Рецензенты:**

Н. М. Бажова, учитель математики высшей категории, руководитель методического объединения города Полевской.

Е. В. Малеева, кандидат педагогических наук, доцент кафедры управления в образовании НТФ ГАОУ ДПО СО «Институт развития образования».

**Авторы:**

М. И. Альперин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физико-математических дисциплин ГАОУ ДПО СО «ИРО»;

О. А. Белослудцев, доцент кафедры физико-математических дисциплин ГАОУ ДПО СО «ИРО»;

С. Э. Нохрин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физико-математических дисциплин ГАОУ ДПО СО «ИРО».

П78

Подготовка к Государственной итоговой аттестации обучающихся с предметными дефицитами по математике: методические рекомендации / М. И. Альперин, О. А. Белослудцев, С. Э. Нохрин; Министерство образования и молодежной политики Свердловской области, Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования Свердловской области «Институт развития образования». — Екатеринбург: ГАОУ ДПО СО «ИРО», 2019. — 19 с.

Настоящие рекомендации посвящены проблемам подготовки школьников к Государственной Итоговой Аттестации по математике. Представлен анализ возникающих проблем и пути их преодоления.

## Содержание

Введение.....	4
Часть 1. ОГЭ .....	8
1.1. Выделение перечня образовательных организаций, продемонстрировавших наиболее низкие результаты ОГЭ по предмету математика 8	
1.2. Выводы о характере результатов ОГЭ в 2019 году и в динамике ....	8
1.3. Анализ результатов выполнения отдельных заданий или групп заданий.....	8
1.4. Краткая характеристика КИМ .....	10
1.5. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий КИМ ОГЭ в 2019 году .....	10
1.6. Выводы.....	11
1.7. Рекомендации .....	12
Часть 2. ЕГЭ.....	12
2.1. Краткая характеристика КИМ .....	12
2.2. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий КИМ ЕГЭ в 2019 году .....	14
2.3. Характеристики выявленных сложных для участников ЕГЭ заданий с указанием типичных ошибок и выводов о вероятных причинах затруднений при выполнении указанных заданий .....	18
2.4. Рекомендации .....	19

## Введение

Хотим мы того или нет, но уровень математической подготовки школьников в настоящее время оценивается главным образом по результатам государственной итоговой аттестации, т. е. по результатам ЕГЭ и ОГЭ. Авторы прекрасно понимают однобокость такой оценки, её недостаточность и, отчасти, её необъективность. Практически тестовый характер большинства заданий ОГЭ и ЕГЭ не позволяет выяснить насколько школьниками освоена доказательная часть школьного курса математики; имеется целый ряд математических тем, не нашедших отражение в КИМах. Достаточно очевидно и то, что экзамен в такой форме не проверяет творческих способностей учащихся, а только их технические навыки. Но при всём этом, анализируя результаты ГИА, можно выявить целый ряд проблем школьного математического образования.

Невозможно, да и не нужно указывать все больные места математического образования школьников. Мы ограничимся теми моментами, которые, на наш взгляд, наиболее существенны.

Начнём с ОГЭ – самого главного экзамена 9-го класса, подводящего итог всему обучению в среднем звене школы. По уже упомянутым причинам этот экзамен плох для оценки математически сильных учащихся, имеющих по математике четвёрки и пятёрки. Однако, с ролью разделения школьников на тех, кто освоил математику на минимальном уровне, и тех, кто этого не сделал, ОГЭ справляется неплохо. Возьмите первую часть ОГЭ: 20 заданий, из которых 14 по алгебре, 6 по геометрии. Для успешной сдачи ОГЭ необходимо решить минимум 8 задач, из них две по геометрии. Учитывая тестовый характер заданий, учитывая то, что школьник может дать неверный ответ (и такое случается часто) из-за не математических аспектов, разумно в каждом из разделов дать школьнику право на ошибку. Ещё отметим, что те учащиеся, которые сдают ОГЭ на «троечку», попадают в пограничную зону, в зону риска. Это значит, что при неудачном стечении обстоятельств (как то: несколько иные, менее знакомые, задачи на экзамене или чуть похуже физическое самочувствие ученика) ОГЭ на минимальном уровне может быть и не сдан.

Обращаем внимание на этот самый люфт (величиной около балла) между 50% сдачей экзамена и верхней границей оценки «неудовлетворительно». В этот люфт закладывается допустимость одной нематематической ошибки. К таким ошибкам относятся: неверно списанный с черновика ответ, неверная форма ответа, занесение ответа не в ту строку бланка, в которую следует и т.п. При должном внимании их вполне можно избежать. Но ОГЭ показал, что таких ошибок достаточно много. Около 10% школьников, сдавших экзамен на «двойку» эту самую двойку не получили бы, если бы не нематематические ошибки. Здесь есть два момента: во-первых, такие ошибки меньше сказываются на результате сильных учащихся: в конце концов, недобрав, например, пару баллов по алгебре в первой части, сильный ученик может их компенсировать решением заданий 21 – 23. Для потенциального «двоечника» это нереально. Во-вторых, от единичных нематематических ошибок застраховаться нельзя (все

люди ошибаются), но если таких ошибок в работе более, чем 1 – 2, то это уже тенденция, это – неготовность к экзамену.

К нематематическим ошибкам мы относим также ошибки, связанные с неправильным толкованием текста. Особенно ярко они проявляются в заданиях с формулировками типа: «укажите номера неверных ответов». Слово «неверных» жирно выделено не случайно: оно и в КИМах выделено также. Но и в этом году, и в прошлом, находятся школьники, которые выписывают в ответ номера верных ответов, и, разумеется, теряют балл. У нас нет статистики, показывающей, какой процент учащихся потерял баллы именно из-за этого, но мы сравнили процент учащихся, верно решивших указанную задачу и процент учащихся, верно решивших аналогичную задачу другого варианта, в которой просили указать номера верных ответов. Разница составила около 8%.

Кстати сказать, председатели всех предметных комиссий области (не только математике) в своих анализах результатов ЕГЭ отметили выявленную проблему смыслового чтения. Таким образом, это – более глубокая проблема, чем проблемы математического образования, это – общая беда современной школы.

Перейдём к проблемам чисто математическим. И в алгебре, и в геометрии проблемы с тем, что задания базового уровня бывают разные (хоть по сложности, хоть по формулировке) возникают в основном у «двоечников» и «троечников». Нормально успевающие ученики решают их достаточно уверенно во всех случаях. Отсюда простой вывод: чтобы нормально сдать экзамен самое правильное – нормально изучать математику в течение всего срока обучения в школе, не заморачиваясь вопросами типа: «а отражена ли эта тема в КИМах ОГЭ?», «а не достаточно ли будет прорешать только такой тип заданий?» и им подобных. Да и на решении тестов увлекаться не следует. Конечно, при подготовке к экзамену несколько тестов написать необходимо. Для того чтобы а) научиться правильно заполнять бланки, вносить нужные исправления, грамотно пользоваться черновиком; б) научиться правильно распределять время экзамена, выделять задания, решение которых трудно или громоздко, и решать их только в последнюю очередь. Но эти аспекты второстепенны по сравнению с математическим содержанием экзамена.

Разумеется, рядовому учителю к приведённой статистике надо относиться с известной степенью недоверчивости, поскольку она отражает тенденции, свойственные всей области. Для анализа работы отдельно взятого класса она неприменима. Да и вообще, при обучении школьников не о статистике надо думать, а о том, как научить каждого своего ученика. Тогда и ОГЭ с ЕГЭ будут написаны хорошо, и при дальнейшем обучении проблем у нынешнего школьника будет меньше.

Одним из слабых мест, которые выявляются во время сдачи ЕГЭ и ОГЭ, является геометрия. И причин здесь несколько.

Во-первых, можно уверенно сказать, что геометрические задачи, будучи наиболее трудными, недооценены в сравнении с экономической задачей из профильного ЕГЭ. Относительно несложная 17 задача оценивается в три первичных балла, как и 16 задача по планиметрии, которая в разы труднее. А 14

задача по стереометрии вообще оценивается в два балла. Поэтому, многие ученики, нацеленные на средний балл, предпочитают не решать геометрические задачи. Если говорить об ОГЭ, то, несмотря на то, что по геометрии необходимо набрать определенный балл, задачи 25 и 26 из второй части намного сложнее 21, 22 и 23 задачи из модуля «Алгебра». Необходимый минимум по геометрии экзаменуемые обычно набирают за счет тестовой части.

Во-вторых, ни для кого не секрет, что большинство современных учебников по геометрии не нацелены на подготовку к сдаче ЕГЭ и ОГЭ.

Очень часто в задачах ОГЭ и ЕГЭ встречаются моменты, которые не отражены в учебниках. Речь идет именно о теоремах, которые в учебниках просто отсутствуют. Этот недостаток имеет учебник Атанасяна. Несмотря на то, что, судя по отметке о соответствии требованиям ФГОС, в нем отсутствуют многие теоремы, знание которых необходимо для успешной сдачи выпускных экзаменов. Некоторые теоремы в учебнике изложены в виде задач, которые можно легко пропустить. Не выдерживают никакой критики некоторые определения. Чего стоит, например, описание многоугольника. Вместо четкого и взвешенного определения мы видим аморфные рассуждения, которые не вырабатывают у ученика четкого представления о многоугольниках. Например, задав ученикам 11 класса вопрос о том, что такое треугольник, автор так и не получил четкого ответа. Мнения на этот счет разделились: одни считали, что это замкнутая линия, другие – что плоская фигура. Современные учебники не формируют у учеников понятия меры, которое является базовым в математике. Никакой критики, с точки зрения математики, не выдерживает фраза «Отрезок равен пяти». Мы уже забыли о том, что отрезок – это геометрическая фигура, а его длина равна пяти.

В-третьих, в последнее время преподаванию геометрии не уделялось должное внимание. В последнее время даже некоторые учителя разделяют мнение, что на ЕГЭ лучше сосредоточиться на других задачах. Даже на подготовку к задачам с параметром уходит меньше сил и времени, чем на геометрию. В одном из вариантов профильного ЕГЭ 2017 года была геометрическая задача, которая наиболее просто решалась методом достраивания трапеции до треугольника. Авторы статьи, будучи преподавателями ИРО, предложили эту задачу своим слушателям, которые, в основной массе, были учителями математики. Большинство нарисовали трапецию так, что ее невозможно достроить до треугольника и, фактически, зашли в тупик. К сожалению, за последнее время были утрачены многие эффективные методы решения геометрических задач, и, конечно, основная причина – это нехватка времени, которое выделяется на преподавание геометрии.

В-четвертых, КИМы зачастую содержат геометрические задачи, которые требуют выполнения очень четких и качественных чертежей. Бывают геометрические задачи, при решении которых необходимо очень точно нарисовать несколько окружностей. И выполнить это необходимо без циркуля от руки. Далеко не все экзаменуемые бывают к этому готовы. И это обстоятельство делает геометрические задачи еще менее привлекательными.

В-пятых, для успешного решения 16 задачи из профильного ЕГЭ необходимы знания по планиметрии, изучение которой заканчивается в 9-ом классе. И это еще одна из возможных причин для отказа от решения этой задачи.

Настоящие рекомендации написаны с учётом статистико-аналитических отчётов ГИА-9 и ГИА-11 по математике (2019 год).

Авторы надеются, что негативные моменты, о которых упоминается в рекомендациях, будут учтены и сведены к минимуму последующие годы. Это относится как к составителям ЕГЭ, так и к действующим учителям математики.

## **Часть 1. ОГЭ**

### **1.1. Выделение перечня образовательных организаций, продемонстрировавших наиболее низкие результаты ОГЭ по предмету математика**

Низкие результаты на ОГЭ – это большой процент оценок «2» и «3». Почтеному надо считать низкими результаты, если таких оценок больше половины. И таких образовательных организаций (ОО) очень много, больше половины. Точнее, 410 из менее, чем 800 ОО по всей области. Эта цифра говорит о безобразном качестве преподавания математики в большинстве общеобразовательных школ. Но даже на этом фоне выделяются некоторые организации. В 95 (!) ОО по нашей области процент неудовлетворительных оценок превышает 30 %. Иными словами в этих ОО каждый третий школьник не может сдать математику на минимальный балл. Разумеется, в этом списке есть сельские школы и школы с малым числом учащихся. Но при этом удивляет большое количество ОО из крупных промышленных центров. В целом список ОО, показывающих неудовлетворительные результаты на ОГЭ по математике в последние несколько лет стабилен. Это означает, что надо уделить больше внимания работе с учителями в этих организациях.

### **1.2. Выводы о характере результатов ОГЭ в 2019 году и в динамике**

1) Работа со школами, направленная на уменьшения количества двоек на ОГЭ по математике, даёт эффект: процент двоек (а попутно и троек) заметно снижается.

2) Остаётся значительное количество ОО, в которых такая работа не ведётся или ведётся неудовлетворительно; необходимо провести в этих школах дополнительную работу с педагогами, а в каких-то случаях и со школьниками.

### **1.3. Анализ результатов выполнения отдельных заданий или групп заданий**

Не имеет большого смысла сравнивать результаты написания ОГЭ в текущем году с аналогичными результатами прошлых лет: изменилась сама структура ОГЭ (убран модуль «реальная математика»), что повлекло с неизбежностью изменение отношения учащихся к тем или иным заданиям. Значительный процент школьников теперь решает другие задачи и изменившийся процент решаемости того или иного задания не говорит об ухудшении или улучшении знания школьниками материала.

Ввиду вышесказанного просто проанализируем результаты текущего года. Процент решаемости каждого из заданий показан на следующей гистограмме (рис. 1).



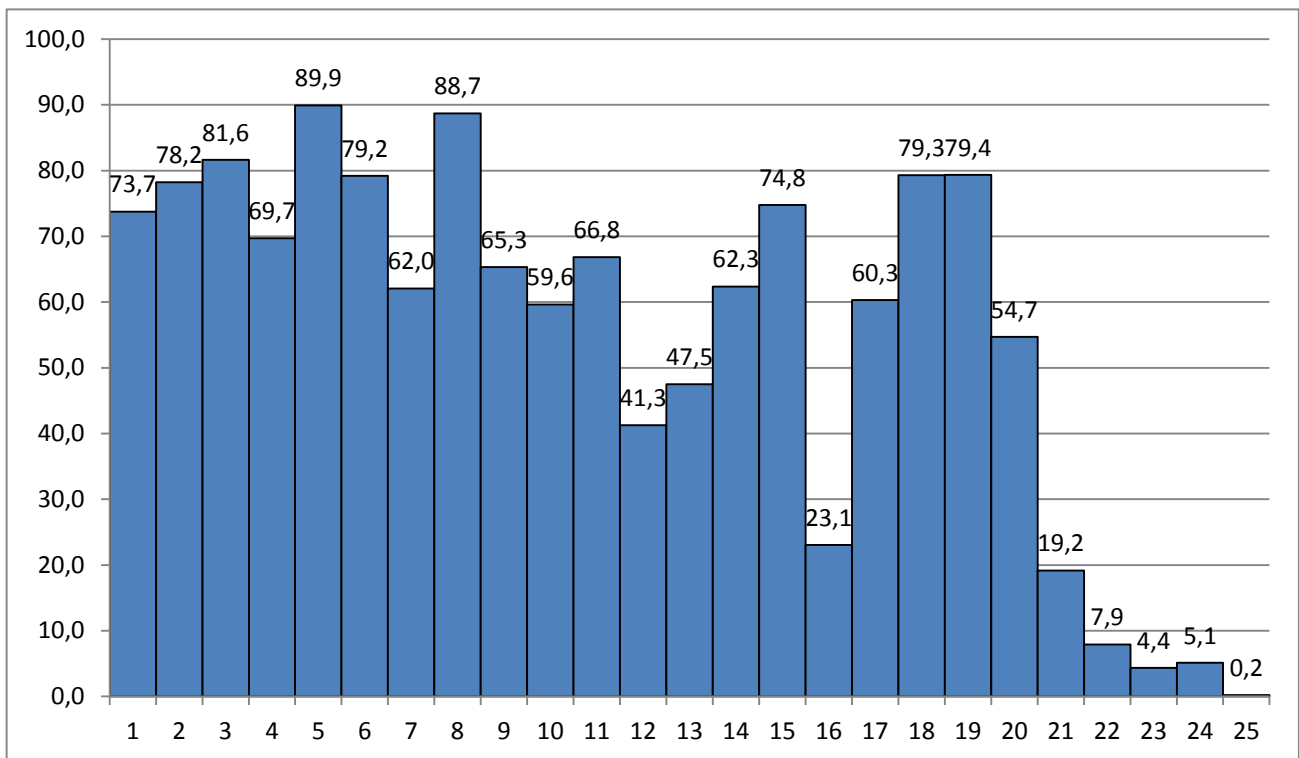


Рис. 1 Процент решаемости каждого из заданий ОГЭ 2019 по математике

Здесь надо выделить три момента.

1) Задания 21 – 26 сами по себе более сложные, ориентированные на профильный уровень, поскольку (в отличие от остальных 20) требуют записи не только ответа, но и развёрнутого решения. Естественно, что значительный процент учащихся к ним просто не приступает. Значит разумно в анализе отделять первые 20 заданий от последних 6. По сути по первым 20 заданиям надо оценивать уровень базовой подготовки, а по 6 последним – профильной. Эти задания профильного уровня могут быть решены частично, оцениваться неполным баллом, однако в силу критериев оценивания в данной ситуации разумно признать такое частичное решение именно решением; потому процент решаемости этих заданий – это процент ненулевых баллов, которое за них выставлено. Значительно более низкий процент их решаемости говорит о сравнительно невысоком интересе выпускников 9 класса к серьёзной математике, следовательно, о слабой подготовке будущих абитуриентов, которые будут поступать в ВУЗы страны через 2 года.

2) Таблицу надо делить на две группы, соответствующие заданиям алгебры и геометрии. К группе «алгебра» относятся задания №№ 1 – 14 и №№ 21 – 23 (к группе геометрия, соответственно №№ 15 – 20 и №№ 24 – 26). Тогда можно отчётливо увидеть, что геометрию школьник решают хуже: из первых 20 заданий (это базовый уровень знаний) три наиболее успешно решаемых задачи по алгебре (№№ 5, 8, 2), единственная задача, которую решили менее четверти писавших ОГЭ – задача по геометрии (№ 16). Среди задач с развёрнутым ответом (№№ 21 – 26) любая задача по алгебре решается лучше любой задачи по геометрии. Последнее говорит о том, что школьникам приводить доказательства и математически грамотные рассуждения (а в геометрии их больше, чем в

алгебре) много сложнее, чем производить алгебраические выкладки, следуя известным алгоритмам.

3) Сложность заданий не возрастает по мере роста номера задания. Так, задания №№ 18 и 19 решаются лучше заданий №№ 1 и 2; самое трудное задание по алгебре базового уровня имеет № 12, а вовсе не 14; по геометрии № 16, а не 20. Такая же ситуация с наиболее простыми заданиями по каждому из модулей.

В следующем пункте разберём задания подробно.

#### **1.4. Краткая характеристика КИМ**

Заметим, что, несмотря на изменение формата ОГЭ, сами задания по сравнению с прошлыми годами практически не поменялись; изменился только их порядок. Соответственно остались неизменными и проверяемые этими заданиями умения и навыки. Сначала проанализируем задания с кратким ответом.

Разумеется, чтобы понять типичные ошибки, сделанные школьниками, следует анализировать веер ответов по каждому заданию каждого варианта. Ввиду отсутствия у составителей отчёта этого веера, мы можем только предполагать в чём для школьника сложность того или иного задания и схематически выделить математические темы, которые среднестатистический школьник знает хорошо или, наоборот, плохо.

#### **1.5. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий КИМ ОГЭ в 2019 году**

Как было указано в предыдущем параграфе, статистический анализ выполняемости заданий ОГЭ даёт искажённую картину математического образования. Однако при всём этом некоторые выводы можно сделать.

Во-первых, геометрию школьники по-прежнему знают плохо. То, что хуже, чем алгебру, это очевидно. Но ситуация ещё хуже. Они практически не умеют решать задачи геометрическими методами, всё, что они могут – это применять готовые известные им формулы. Доказательная составляющая умений и знаний просто сведена к нулю – об этом говорят результаты решения двух последних задач №№ 25 и 26.

Во-вторых, по-прежнему за задания второй части ОГЭ берутся далеко не все учащиеся, даже из числа тех, кто в итоге собирается связать свою жизнь с математическими, техническими или экономическими специальностями. А положительные баллы за решения задач второй части получает ещё меньший процент. По статистике прошлых лет можно делать вывод, что ненулевые баллы получает каждый второй из числа приступивших к задаче (это справедливо для всех задач с развёрнутым ответом). Если эта статистика верна и в этом году (а никаких оснований к обратному нет), то получается, что за задания части 2 бралось всего лишь 40% от числа участников ОГЭ. Это мало, и даже очень мало, но статус ОГЭ таков, что такое положение дел естественно.

В-третьих, поскольку первая часть по существу не проверяет никаких знаний и умений ни по алгебре, ни по геометрии, кроме самых базовых, никакой статистический анализ этих заданий не позволит сделать вывод о реальных знаниях и умениях учеников; можно только делать выводы о том, насколько они готовы писать эти стандартные тесты.

## 1.6. Выводы

- Нельзя считать достаточно освоенным школьниками области ни один элемент математического содержания; можно лишь выделить некоторые, которые освоены лучше других. Это:
  - 1) простейшие модели, имеющие к математике опосредованное отношение (таблицы, диаграммы, подстановка чисел в готовые формулы),
  - 2) арифметические операции с не очень большими числами и дробями,
  - 3) знание некоторых простейших формул для вычисления геометрических величин,
  - 4) решение простых уравнений (линейных и квадратных) и, пожалуй, всё.
- Недостаточно освоены:
  - 1) геометрические методы решения и геометрические модели;
  - 2) техника доказательств, как в геометрии, так и в алгебре;
  - 3) работа с алгебраическими выражениями, содержащими буквенные обозначения;
  - 4) знание фактов и формул (как по алгебре, так и по геометрии), которые не входят в минимальный курс знаний (хотя в учебниках есть, и по программе должны изучаться);
  - 5) графики функций. В отличие от первого пункта этот список легко продолжить, но давайте остановимся хотя бы на этом.
- Можно предположить по результатам сдачи ОГЭ, что в целом ученики стали лучше справляться с простыми заданиями базовой части. Вероятно, это результат не кардинальной перестройки работы, и не принципиальное повышение уровня знаний, а просто следствие отработки методов решения конкретных заданий со слабыми учащимися.
- Наиболее успешными ОО по результатам ОГЭ по-прежнему являются учреждения с углублённым изучением предмета: СУНЦ, лицеи, гимназии. Следует всемерно поддерживать эти организации и поощрять их деятельность.
- Отдельные ОО и муниципалитеты нуждаются в серьёзной методической и учебной помощи со стороны ИРО. Такая помощь может быть осуществлена в виде курирования ОО, проведения выездных семинаров и лекций, а также вебинаров, проведения образовательных программ и обеспечение организаций необходимой математической и методической литературой.
- По итогам ОГЭ нельзя, тем не менее, делать глубокие выводы о качестве работы конкретной ОО или конкретного учителя.

## 1.7. Рекомендации

1) Следует кардинально изменить подход к оценке результатов ОГЭ. Признать, что ОГЭ – это только один из экзаменов, проверяющий только некоторые, причём не самые значимые умения учащихся. Следовательно, не стоит требовать с учителей и школ ни высокого среднего балла на ОГЭ, ни уменьшения процента неудовлетворительных оценок на нём

2) Творческие способности человека не могут быть проверены и оценены тестированием, что доказано психологами, в первую очередь американскими, ещё в прошлом столетии. Так как ОГЭ ориентирован именно на задания тестового типа (проверяется только ответ), он не может быть использован для оценки знаний и умений не базового уровня. Следовательно, необходимо довести до сведения учащихся особенности письменного оформления заданий с развернутым ответом, поскольку точность формулировок может стоить ученику нескольких первичных баллов при оценивании работы в соответствии с критериями оценивания.

3) Важным педагогическим моментом может быть разбор с учащимися критериев оценки заданий с развернутым ответом прошлых лет. Важно посмотреть не только решение задач, но и правильное их оформление.

## Часть 2. ЕГЭ

### 2.1. Краткая характеристика КИМ

Кимы по математике не претерпели существенных изменений по сравнению с прошлыми годами. Сохранилось количество заданий (как на экзамене по базовой математике, так и по профильной), неизменными остались проверяемые каждым заданием навыки и умения. Пройдёмся бегло по каждому заданию. Начнём с математики базового уровня.

Экзамен по математике (база) состоит из 20 заданий с кратким ответом. Формального деления на алгебру и геометрию нет. Все задания равноправны и оцениваются в один первичный балл.

Все задачи относятся к задачам базового уровня сложности.

Реально из 20 заданий первые 7 и задание № 17 можно отнести к алгебраическим. При этом задания №№ 1, 2, 5 чисто вычислительные, проверяют навыки счёта, задания №№ 3 и 6 — текстовые задачи, которые решаются в два арифметических действия, задание №7 — решение простейшего уравнения, правда, из материала 10 — 11 классов. Задача № 17 проверяет знание числовой прямой и полностью аналогична задаче ОГЭ (для выпускников 9 класса). Наконец, задание 4 — просто на умение подставить в известную формулу данные и вычислить результат.

К геометрическим относятся задания №№ 8, 15 (планиметрия) и №№ 13, 16 (стереометрия). При этом все четыре задачи решаются не геометрически, достаточно просто использовать известную школьнику формулу.

Задание №10 проверяет умение решать задачи на вероятность. Оно такое же, как аналогичное задание на ОГЭ (для учеников 9-го класса). Задание № 14 — единственное по теме «введение в математический анализ». Проверяет понимание геометрического смысла производной.

Задачи №№ 9, 11, 12 к математике вообще отношения не имеют. Они проверяют метапредметные знания: представления о размерах, умение понимать информацию заданную графически и табличным способом.

Три последние задачи проверяют умение мыслить логически. При этом задание № 18 относится к логике высказываний, № 19 — к конструкции на числах (свойства делимости) и № 20 — просто бытовая логическая задача.

В целом из 20 заданий уже выпускник 9 класса может решить 16, да и в оставшихся четырёх догадаться до верного ответа. А ряд заданий вполне доступен выпускнику начальной школы. При этом задания №№ 19 и 20 несколько сложнее остальных, так как требуют более гибкого мышления.

Вывод. Задания ЕГЭ базового уровня сложности проверяют только простейшие навыки, которые могут пригодиться каждому в его бытовой деятельности.

Переходим к анализу КИМа профильного уровня.

Он состоит из 12 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развёрнутым ответом.

Из заданий с кратким ответом выделены первые 8, которые образуют часть 1. Это — задания базового уровня сложности. Остальные 4 задания относятся к заданиям повышенного уровня сложности. Деления на алгебру и геометрию нет. Все задания равноправны и оцениваются в один первичный балл.

Все задачи с развёрнутым ответом относятся к заданиям повышенного и высокого уровней сложности. Они оцениваются по-разному. Максимальный балл за задания №№ 13 — 15 равен двум первичным баллом, №№ 16 — 17 — трём и №№ 18 — 19 — четырём. Кроме того, при нерешённой полностью задаче учащийся может получить частичный балл (от 1 до максимального) за продвижение в её решении. Правила начисления частичных баллов определяются критериями проверки.

Итого, за задания с кратким ответом можно получить от 0 до 12 баллов, за задания с развёрнутым ответом — от 0 до 20. Максимальный суммарный балл 32.

Отметим, что знаний ученика 9 класса достаточно для решения первых 6 задач, а также заданий №№ 10, 11, 16, 19. Полное и верное решение этих заданий даёт 15 первичных баллов, чего достаточно и для сдачи ЕГЭ по математике на минимальный балл, и для поступления в ряд ВУЗов страны.

Все эти данные не претерпели никаких изменений по сравнению с двумя прошлыми годами.

Также не изменилась тематика заданий. По-прежнему задания №№ 1, 5, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 18 — задания по алгебре, задания №№ 3, 6, 8, 14 и 16 — по геометрии, задание № 4 на теорию вероятностей, задания №№ 7 и 12 — по основам математического анализа, задание №2 — метапредметное, на умение воспринимать информацию в табличном или графическом виде, и задание № 19 — задание на теорию чисел, а по сути — на умение мыслить логически.

Однако, сравнивая КИМы двух последних лет, следует признать, что КИМы 2019 года существенно проще КИМов 2018. Упрощение произведено за счёт задач с развёрнутым ответом. Так, в задании № 13 стали очевидными преобразования, которые сводят уравнение к совокупности простейших тригонометрических, кроме того исчезла формула синуса (косинуса) суммы. Задание № 15 по форме аналогично прошлогоднему, но преобразования стали короче, и вычисления проще. Задание № 17 вообще решается применением одной единственной формулы (правда из предмета «экономика»). Задача № 18 легко решается графически и ещё проще аналитически, при этом ни тот, ни другой способы не требуют длинного оформления. Задача №19 для человека, имеющего некоторое представление о средних величинах, выглядит почти очевидной и вопрос заключается исключительно в умении верно и математически грамотно изложить свои мысли. Задания по геометрии сравнимы по сложности и трудоёмкости с прошлогодними. В целом решение КИМа-2019 требует значительно меньше времени, чем КИМа-2018. За счёт сокращения этого времени школьники успели решить большее количество задач, и результаты ЕГЭ в области заметно выросли.

## **2.2. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий КИМ ЕГЭ в 2019 году**

Вряд ли разумно анализировать всерьёз выполняемость заданий базового уровня: эти задания слишком просты, и, по сути, проверяют умения просто ориентироваться в современной жизни. Кроме того, школьники, выбравшие математику базового уровня (а в этом году запрещено сдавать и базу, и профиль, так что каждому пришлось сделать выбор), в основной массе не заинтересованы в решении всех задач. Большинству достаточно сдать экзамен на минимальный балл, т. е. набрать 9 — 10 первичных баллов. С учётом возможных ошибок им достаточно решить любые 12 задач из 20. Поэтому неудивительно, что процент решаемости каждой из первых 12 задач выше, чем процент решаемости остальных (задание №18 — исключение). Всё же для наглядности мы приведём гистограмму решаемости каждого из заданий (рис. 2).

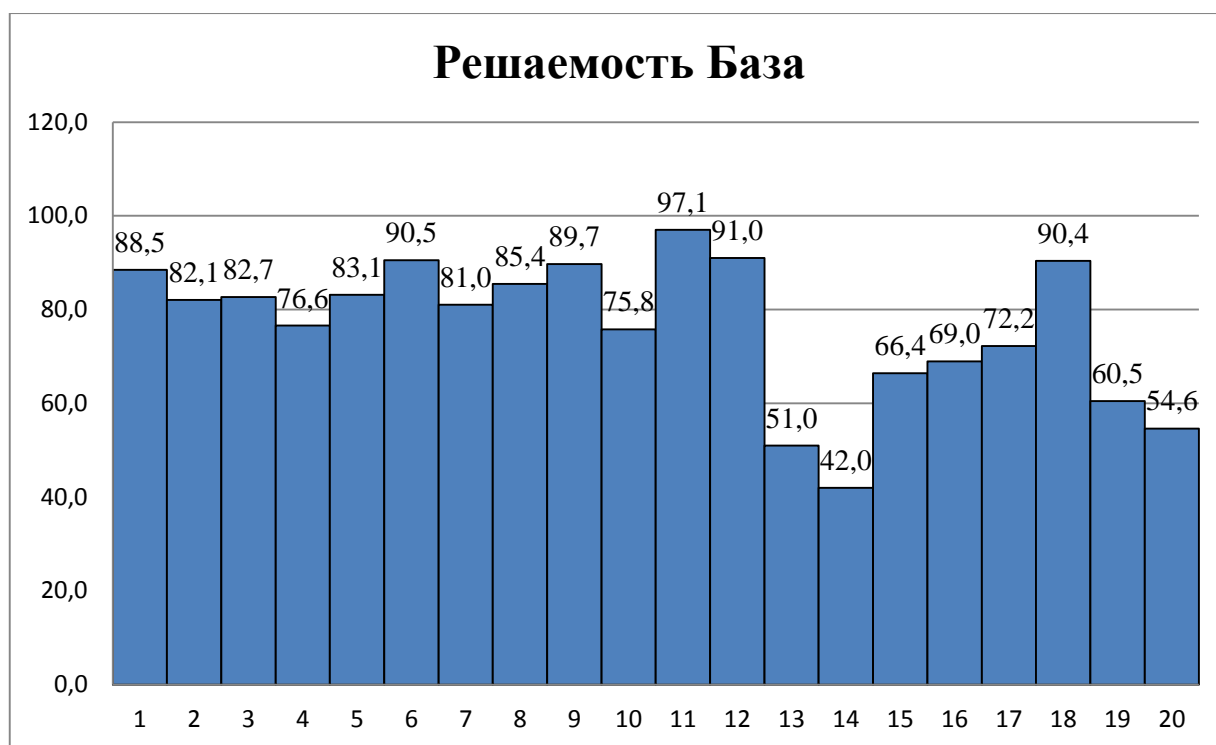


Рис. 2. Процент решаемости каждого из заданий ЕГЭ базового уровня по математике 2019

Бросается в глаза низкий процент решаемости 13, 14, 19 и 20 задачи. Низкий процент решаемости задач №№ 19 и 20 легко объясним: эти задачи требуют не формального применения алгоритма, а рассуждения и логики. Ясно, что среди школьников, выбравших базовый уровень математики, людей умеющих грамотно (математически) мыслить не слишком много. А «провал» в решении №№ 13 и 14 вызван, скорее всего тем, что эти задания, несмотря на всю их простоту, всё же на материал 10 — 11 классов (а не 5 — 9), как остальные. Во-первых, таких задач школьник за время обучения наreshали меньше, на ОГЭ в 9 классе ничего подобного быть не могло, так что навыки их решения отработаны хуже. Во-вторых, ориентация учащегося на базовый уровень в старших классах приводит к тому, что он перестаёт учить математику согласно программе, а делает упор на отработку уже знакомого материала. Ругать за это ученика нельзя: его поведение соответствует поставленной цели. Следует задаться вопросом, как мотивировать таких школьников-старшеклассников к изучению школьной программы.

Второй интересный момент — резкий всплеск решаемости задачи № 18. Вообще говоря, задача не самая простая, поскольку требует понимания, какие из утверждений являются следствиями условия, а какие нет. В прошлые годы с решениями задач такого типа возникали трудности; в этом году мы делаем вывод, что трудности преодолены. Видимо, в большинстве ОО прорешано со школьниками много задач такого типа, и логика рассуждений отработана хорошо.

Ну и, наконец, из гистограммы видно, что первые 12 заданий по сложности отличаются несущественно. Все эти задания решило более чем 3 из каждых 4 написавших ЕГЭ. Следовательно, мы не наблюдаем проблем в образовании,

связанных с их решениями. Что касается остальных 8 заданий. Про четыре худшие и одно лучшее уже всё сказано выше. Задания №№ 15 — 17, очевидно, имеют одинаковую сложность. По моему мнению они равны по сложностям заданиям из группы №№ 1 — 12, а более низкий процент решаемости определяется тем, что многие ученики до них просто «не дошли», поскольку решили в достаточном для себя количестве другие задания КИМа.

Анализ выполнения задач профильной математики более объективен и интересен, хотя и здесь надо делать поправку на то, что ЕГЭ — это решение не всех задач, а только задач по выбору; и многие учащиеся заранее отказываются рассматривать задачи, которые, как им кажется, не заслуживают того, чтобы тратить время на их решение. Во многом именно таким таким подходом объясняется то, что многие учащиеся даже не пытаются приступить к решению заданий с развёрнутым ответом, или решают 1 — 2 задачи оттуда.

Приведём гистограмму по решаемости каждого из заданий (рис. 3). Для заданий с развёрнутым ответом в решённые задачи отнесём те, в которых выставлен хотя бы один балл. Для заданий 13 — 15 это вполне соответствует решению, для заданий 16 — 17 означает, что задание решено минимум на половину и для заданий 18 и 19 говорит о том, что решающий по крайней мере понимает суть задачи.

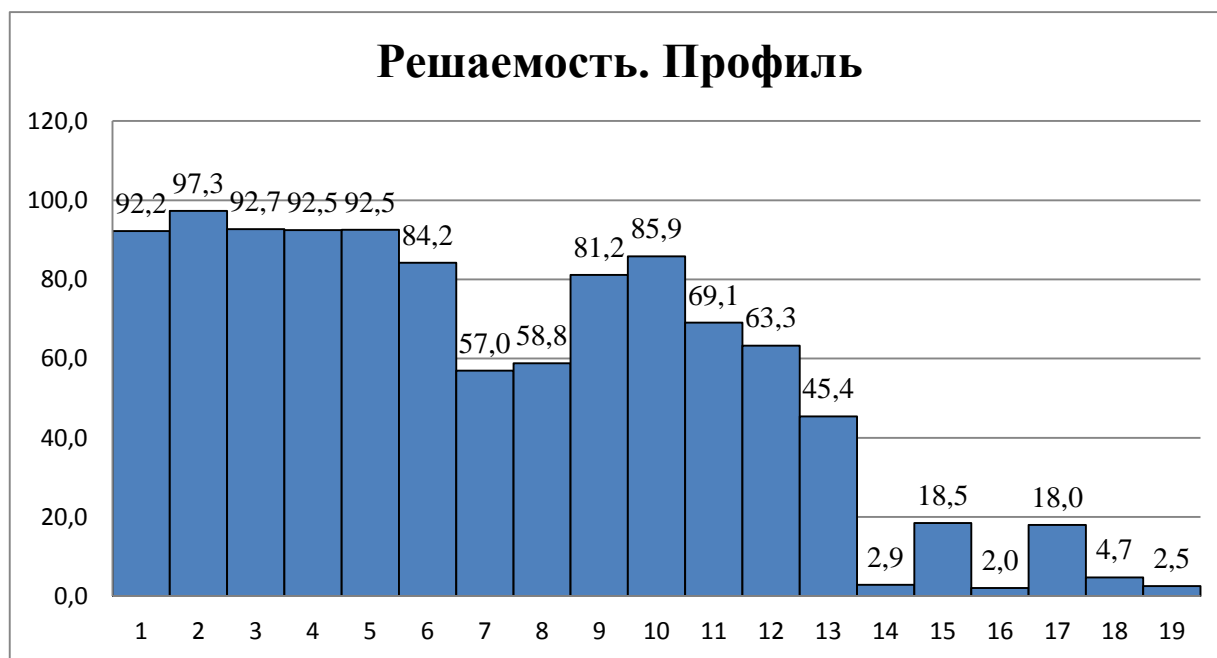


Рис. 3. Процент решаемости каждого из заданий ЕГЭ профильного уровня по математике 2019

Прежде всего, скажем, что в этом году варианты не различались по сложности как в целом, так и по конкретным задачам. Поэтому решаемость вариантов сопоставима как друг с другом, так и со средней решаемостью по задачам. На диаграмме (рис. 3) приведена как раз последняя.

Сразу бросается в глаза высокая и практически одинаковая решаемость первых 5 заданий. Как уже упоминалось при анализе КИМа это — наиболее простые задания по алгебре, геометрии, общему здравому смыслу и теории вероятностей. Они относятся к базовому уровню, и знакомы учениками ещё по



ОГЭ двухлетней давности. Лишь немногим сложнее задача 6: она на одну формулу, но эта формула не так широко применяется в задачах из школьных учебников. Отрадно видеть, что основная масса выпускников школ с ней знакома. А вот задания №№ 7 и 8 решаются неудовлетворительно (для заданий базового уровня). Причина стандартна: это задачи на материал 10 — 11 класса. Видимо, процентов 30 учащихся (именно такой разрыв в решаемости этих заданий и первых 6) в 10 и 11 классе новый материал осваивали недобросовестно. Правда, опять же надо учесть, что целая группа учащихся остановилась после решения первых 6 заданий, поскольку этот результат уже гарантировал им сдачу ЕГЭ на минимальном уровне. Иными словами, число в 30% завышено (на сколько — установить невозможно).

Теперь о решаемости части 2, к которой относятся задания №№ 9 — 12 с кратким ответом и все 7 заданий с развёрнутым. В отличие от прошлых лет, когда в лучшую сторону выделялась задача 9, в этом году таких задач две: добавилась № 10. Результат говорит о том, что эти задачи по сути — задачи базового уровня сложности. И это действительно так, достаточно посмотреть на условия этих заданий. Задания №№ 11 и 12 потяжелее, первое из них — текстовая задача, пусть и не очень сложная, вторая требует умения вычислять производную, причём функции более сложного, чем многочлен, вида. Процент их решаемости (между 60% и 70%) говорит о том, что из школьников, выбравших профильную математику, реально готовы к её сдаче только порядка  $2/3$ . Считаю, что именно эти две задачи разделяют базовый и профильный уровни участников ЕГЭ.

Теперь проанализируем результаты, показанные участниками ЕГЭ при решении задач с развёрнутым ответом. Как и раньше, алгебраические задачи решаются лучше: три задания с наиболее высокой решаемостью (№№ 13, 15 и 17) — в точности задания по алгебре. Как и прежде, геометрия «западает»: планиметрическая задача, как была хуже всех решаемой, так ей и осталась, процент её решаемости даже упал. Стереометрия тоже решена плохо, но это как раз неудивительно: по общему мнению большинства математиков стереометрическая задача явно стоит не на своём месте, ибо много сложнее трёх последующих. Здесь опять-таки надо делать скидку на то, что среднестатистический школьник, взявшийся решать задачи с развёрнутым ответом, сначала выбирает алгебру (№ 13, 15, 17), потом смотрит задачу № 19, и только потом приступает к геометрии и параметру; при этом в этом году он скорее будет решать именно задачу с параметром, ибо она выглядит (и является) более простой. Короче говоря, до геометрических задач у многих учащихся просто «не дошли руки».

Задача с параметром, кстати, решена сравнительно неплохо, что тоже полностью объясняется тем, что в этом году она проще: одинаково легко решается двумя разными методами, методами, которые грамотные учащиеся хорошо знают. Задача № 19 решена, наоборот, хуже обычного. Это имеет логичное объяснение: в прошлые годы один из пунктов задачи был утешительным, поскольку для его решения достаточно было привести пример; то есть, можно было, даже не решая задачу, один балл за неё получить. В этом году такой «утешительный» пункт отсутствует, даже в самом простом пункте

требовалось привести доказательство, что сложнее, чем построение примера. Поэтому в 2019 году было не так много «однобалльных» решений, что и обусловило уменьшение процента решаемости. Но если мы посмотрим на процент решений, оценённых 2 баллами и выше, то мы увидим, что в этом году этот процент даже несколько выше прошлогоднего; в целом-то задача оказалась попроще.

Мы регулярно говорим, что задания с развёрнутым ответом в этом году проще. Следует как-то аргументировать эту точку зрения. Подтверждает наш вывод анализ работ учащихся:

- 1) Сравнительно мало (по сравнению с прошлыми годами) «крестиков» в протоколах проверки (такой значок означает, что учащийся не брался за задачу вообще).
- 2) Объём каждой работы вырос; если в прошлом году средняя проверяемая работа занимала 2 — 3 листа, на которых было предложено решение 1 — 2 задач, то в этом году средняя работа занимает около 5 листов и на них записано решение порядка 3 задач. В этом году были работы, написанные более чем на 10 страницах (максимальное количество страниц в одной работе 18), в прошлом году таких работ почти не было, а максимальное число страниц было чуть больше 10, что в полтора раза меньше.
- 3) Процент учащихся, получивших высокие баллы (выше 80) вырос почти в три раза; также увеличилось и число 100-балльных работ.

### **2.3. Характеристики выявленных сложных для участников ЕГЭ заданий с указанием типичных ошибок и выводов о вероятных причинах затруднений при выполнении указанных заданий**

Для определения типичных ошибок, допущенных учащимися при решении задач с краткой формой ответа, требуется анализ веера ответов по каждой задаче каждого варианта. Ввиду отсутствия этого веера провести такой анализ не представляется возможным.

Что касается заданий с развёрнутым ответом, то типичные ошибки стандартны: в задании № 13 неверно решаются простейшие тригонометрические уравнения, отбор корней во втором пункте не всегда хорошо обоснован. Встречаются и вычислительные ошибки, хотя последние больше характерны для заданий 15 и особенно 17. В задании 17 помимо вычислительных ошибок типично ошибочное представление о том, что выплачиваемые суммы одинаковы; такое представление немедленно ведёт к неверной математической модели и к нулю баллов за всё задание. В задании 15 часто неверно решаются неравенства, в том числе квадратные, при том, что соответствующие корни уравнения находятся верно. Много описок, связанных с потерей знака перед числом. Предметная комиссия лояльно подходила к этим потерям, если можно было сделать из работы вывод, что потеря знака — результат именно описки (а не математической ошибки). Мы старались не понижать баллы за задание в этом случае. Причиной огромного числа таких недочётов была специфика задач: числовые данные были подобраны так, что и в ответе, и при изображении

решений на числовой прямой, часто одновременно появлялись числа, отличающиеся только знаком (противоположные числа). Эти описки, тем не менее, весьма неприятны, они говорят о том, что внимания школьникам, даже сильным математически, хватает не всегда.

А вот проблема с решениями неравенств очень серьёзна. Неверно решаются иррациональные неравенства, возникающие в задаче № 18 (при её не самом простом, но логичном решении). В 15 задаче при нахождении ОДЗ возникает система простых (линейных и квадратных) неравенств. Эксперты много раз видели ситуацию, когда сами неравенства решены верно, а система нет. При этом часто ошибочное решение системы не влияло на ответ; однако по критериям такая ошибка карается понижением баллов за задание до нуля. Вероятно, школьникам было грустно получить 0 баллов за задание, в котором они получили верный ответ, и которое было практически решено.

Ещё одна проблем с доказательной частью. Задач на доказательство было 3: пункты а) в задачах №№ 14 и 16, а также задача № 19 (все три пункта). Выяснилось, что доказывать школьники не умеют. В задаче 19 многие школьники пользовались при доказательстве дополнительными условиями, которые не были даны в условии. Разумеется, такое доказательство признавалось предметной комиссией неверным. В геометрических задачах терялись важные куски доказательства или делались ссылки на неверный факт (так, в задаче 14 было много «доказательств», опирающихся на то, что если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны и параллельны, то он — прямоугольник, что, конечно, не так).

**ВЫВОДЫ** (по итогам анализа решений заданий ЕГЭ с развёрнутым ответом):

- 1) По-прежнему уровень знания геометрии ниже нормы (и ниже уровня алгебраических знаний);
- 2) Остаются проблемы с вычислениями, но не сами по себе, а в тех случаях, когда вычисления сопровождают более сложную задачу;
- 3) Есть серьёзные проблемы с решением неравенств;
- 4) Большие проблемы с умением обосновывать своё решение, и приводить верное математическое доказательство;
- 5) У ряда школьников есть проблемы, связанные с недостатком внимания.
- 6) Для ликвидации выявленных дефицитов следует больше уделять внимания на уроках решению сложных задач и как можно чаще требовать со школьников обоснований (доказательств) своих выводов и действий. Для этого, в свою очередь, следует сократить количество тестов и увеличить количество проверочных работ в классической их форме.

## **2.4. Рекомендации**

- 1) Нельзя делить школьников на базовый и профильный уровень до тех пор, пока учащийся не определится, какой из двух экзаменов он пишет, т. е. до февраля 11-го класса. До этого срока всех старшеклассников нужно готовить на профильный уровень.

- 2) Желательно пройти весь новый материал 11 класса до этого момента, в крайнем случае, до конца третьей четверти с тем, чтобы оставшееся время уделить исключительно повторению, подготовке к ЕГЭ и ликвидации дефицитов каждого из учащихся. Для этого требуется коррекция использующихся программ средней школы по предметам «алгебра» и «геометрия».
- 3) На уроках и при самостоятельной работе уделять больше внимания доказательной части заданий.
- 4) Сократить до минимума количество контрольных работ в форме теста (то есть, с кратким ответом); в идеале тестовые задания следует вообще давать только на заключительном этапе подготовки к ЕГЭ (с марта по май в старшем классе).